

целом совпадают друг с другом, что говорит об удовлетворительном совпадении реального и смоделированного процессов.

Для количественной оценки совпадения графиков построим кривую абсолютной погрешности, полученную как разность измеренных и вычисленных значений мощности (рис. 4).

Максимальная разность между исследуемыми кривыми не превышает 38,6%. Математическое ожидание погрешности вычислено по формуле

$$M(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \text{ где } n - \text{число}$$

значений, x_i — величина погрешности.

Значение математического ожидания погрешности составляет 5,92 Вт. Среднее квадратическое отклонение, определяемое формулой [6, 7]

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2}, \text{ имеет величину } 86,52 \text{ Вт.}$$

Значительная максимальная разность опытных и расчетных значений мощности, малое значение математического ожидания погрешности, полученная величина среднего квадратического отклонения являются следствием колебательного характера экспериментальной кривой мощности.

Выясним природу указанных колебаний. Для этого сведем в один график значения изменения мощности при выполнении механизмом однотипных операций с разными параметрами.

Выводы. Как видно из рис. 5 и 6 колебательные процессы практически не зависят от параметров траектории, но существенно различаются при движении механизма с грузом или без груза.

Последнее обстоятельство указало на возможную связь характера кривой мощности с упругими колебаниями механизма, частота которых изменяется при изменении его массовых характеристик. Это обусловлено наличием груза при одном варианте

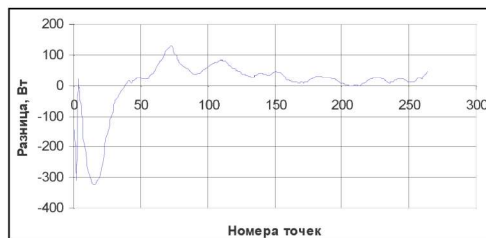


Рис. 4 – Разность между вычисленными и экспериментальными значениями мощности

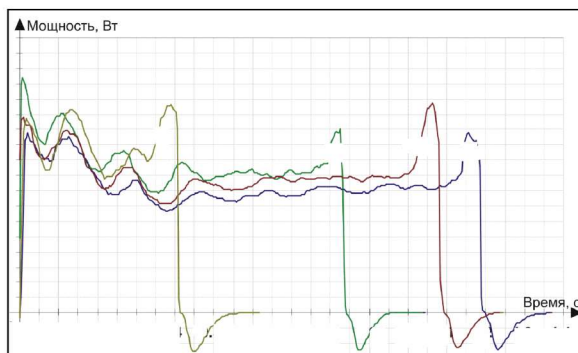


Рис. 5 – Изменение потребляемой мощности при движении механизма с грузом

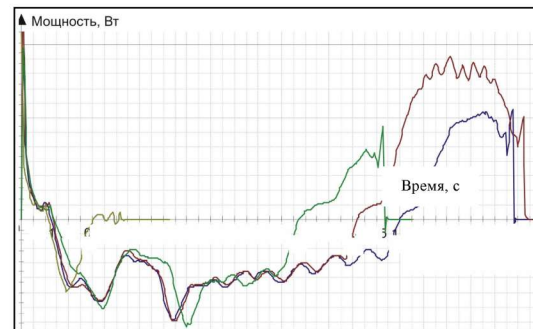


Рис. 6. Изменение потребляемой мощности при движении механизма без груза

работы и его отсутствием при другом. Таким образом, речь идет о свободных колебаниях системы, возникающих вследствие единичных возмущений.

Список литературы: 1. Шевчук В.П. Исследование динамических погрешностей информационно-измерительных каналов в системах автоматического управления по косвенным показателям: Автореф. дисс... д-ра техн. наук: 05.11.16 – СПб., 1995. – 31 с. 2. Рубцова Е. В. Разработка способа косвенного определения веса материала в

ковше погрузочно-транспортной машины: Автореф. дисс... канд.техн.наук: 05.05.06 – Новосибирск, 1996. – 24 с. 3. Фатьянов. С. О. Математическое и программное обеспечение решения задачи интерпретации результатов косвенных измерений в спектрометрии методами калмановской фильтрации: Автореф. дисс... канд.техн.наук: 05.13.14 – Рязань, 1998. – 16 с. 4. Григорьян Э. Л. Повышение эффективности управления в технических системах на основе косвенной оценки и компенсации неизмеряемых возмущений: Автореф. дисс... канд.техн.наук: 05.13.01 – Ростов-на-Дону, 2000. – 23 с. 5. Сериков В.И., Гусев Ю.Б. Обработка экспериментальных данных рабочего процесса механической системы // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – 2005. – №60. – С.131-136. 6. Бать М. И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов. Т. 2: Динамика. – М: Наука. – 1968. – 624 с. 7. Грановский В.А., Сиряя Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. – 287с.

Поступила в редакцию 16.10.2012

УДК 539.3

Н.Б. СКРИПЧЕНКО, асп. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТАКТНЫХ ДАВЛЕНИЙ ПРИ КОНТАКТЕ ТЕЛ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ПО ПОВЕРХНОСТЯМ БЛИЗКОЙ ФОРМЫ

Для випадку контакту тіл з близькими радіусами кривизни уздовж одного з головних напрямків запропонована загальна постановка контактної задачі. Функції розподілу контактної тиску, максимальний контактний тиск, а також довжини напівосей контактної плями отримані аналітичними і числовими методами.

Ключові слова: контактна взаємодія, модель Герца, метод скінченних елементів, контактні площадки, контакт тіл близької форми

Для случая контакта тел с близкими радиусами кривизны вдоль одного из главных направлений предложена общая постановка контактной задачи. Функции распределения контактного давления,

© Н.Б. Скрипченко

максимальное контактное давление, а также длины полуосей контактного пятна получены аналитическими и числовыми методами.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, модель Герца, метод конечных элементов, контактные площадки, контакт тел близкой формы

For a case of contact of bodies with close curvature radiuses along one of main directions general statement of contact task is offered. Functions of contact pressure distribution, maximal contact pressure, and also lengths of contact spot semiaxes are got by analytical and numerical methods.

Keywords: contact interaction, Hertz model, finite element method, contact areas, contact of bodies of close form

Введение. В машиностроении широко применяются машины и механизмы, в которых передача требуемых видов движения и рабочих усилий осуществляется через контакт сложнопрофильных деталей машин в процессе эксплуатации [1]. При этом форма рабочих поверхностей этих деталей определяется как условиями кинематического сопряжения, так и требованиями обеспечения прочности с учетом реальных распределений контактных давлений. Соответственно, при проектировании таких элементов машин возникает две различные задачи: анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) сложнопрофильных тел (СПТ) с учетом их контактного взаимодействия и синтеза формы сопряженных кинематически генерируемых поверхностей (КГП) [2].

Характер распределения контактного давления зачастую является определяющим для нагрузочной способности элементов машин, находящихся в механическом контакте. Существует множество методов определения контактных площадок и функций распределения контактных давлений в сопряжениях контактирующих деталей. Это порождает при проектировании новых изделий проблему выбора рациональной системы анализа напряженно-деформированного состояния и геометрического синтеза. Каждому из методов свойственны свои преимущества и недостатки [2]. Аналитические методы, в большинстве своем, принимают определенные допущения и гипотезы относительно полей напряжений и перемещений внутри контактирующих тел, вместе с тем, предоставляют точные в рамках этих допущений решения. Метод граничных элементов (МГЭ) отличается сложностью применения для тел произвольной формы и из неоднородных материалов. Метод конечных элементов (МКЭ) характеризует громоздкость модели и трудоемкость определения границ зон контакта в случае их сложной формы [3].

Кроме вычислительных особенностей, существуют также и физические факторы, влияющие на выбор того или иного метода: наличие факторов, искажающих модель контакта гладких тел (погрешности изготовления, базирования, скругления кромок, шероховатость и т.п.) и другие. В силу этих факторов необходимо также учесть адекватность и применимость тех или иных математических моделей и методов. Как указывалось выше, наиболее употребляемыми являются модель Герца, МКЭ и МГЭ. Также часто применяются и другие аналитические модели [4].

В статье [5] были рассмотрены следующие вопросы:

- предложена общая постановка задачи для случая контакта тел с близкими радиусами кривизны вдоль одного из главных направлений;

- осуществлена параметризация задачи относительно геометрических размеров контактирующих тел и величины прижимающего усилия.

- значения максимальных контактных давлений и длины полуосей контактного пятна получены аналитическими и численными методами.

Однако остались нерассмотренными особенности распределения контактных давлений для тел конечных размеров по поверхностям близкой формы.

Тестовая задача. Расчетная схема модельной задачи представлена на рис. 1. Размеры тел: $a = 0.015$ м, $b = 0.015$ м, $c = 0.01$ м. Радиусы кривизны:

$R_1 = 50$ м и $R_2 = 5000$ м. Величина прижимающего усилия: $F = 1.44$ Н. Материал: $E = 2 \cdot 10^{11}$, $\nu = 0.3$. Тела – гладкие. НДС симметрично относительно вертикальных плоскостей. В связи с этим рассматривается 1/4 конструкции.

Определение функций распределения контактных давлений было осуществлено разными методами:

I – модель Герца для контакта эллиптического параболоида с полупространством [6];

II – модель Попова [4];

III – метод конечных элементов.

I. *Метод Герца* дает возможность определить максимальные контактные давления для случая контакта параболоида с полупространством $p_{\max} = 3P / (2\pi ab)$, где P – величина прижимающего усилия, а $a = 1.109 \cdot \sqrt[3]{(P \cdot R_1) / E}$, $b = 1.109 \cdot \sqrt[3]{(P \cdot R_2) / E}$ – большая и меньшая длины полуоси контактного пятна соответственно (R_1, R_2 – радиусы кривизны параболоида в двух главных направлениях).

II. *Модель Попова.* Максимальные контактные давления для модели [4] найдены по формуле:

$$p_{\max}^{\text{II}} = 0.33 \cdot \sqrt[3]{[\alpha \cdot (\alpha + \nu) \cdot E^2 \cdot P] / R_2},$$

где $\alpha = \sqrt{R_2 / R_1}$.

Длины полуосей контакта для модели [4] равны:

$$a^{\text{II}} = 1.202 \cdot \sqrt[3]{(R_2 \cdot P) / [\alpha^2 \cdot (\alpha + \nu) \cdot E]}, \quad b^{\text{II}} = 1.202 \cdot \sqrt[3]{(\alpha \cdot R_2 \cdot P) / [(\alpha + \nu) \cdot E]},$$

где $a^{\text{II}}, b^{\text{II}}$ – большая и меньшая длина полуоси контактного пятна соответственно.

III. *Численное решение по методу конечных элементов* проводилось в про-

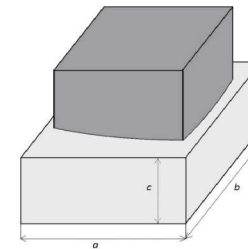


Рис. 1 – Расчетная схема модельной задачи

граммном комплексі ANSYS Workbench. С використанням побудованої кінечно-елементної моделі визначалися максимальні контактні тиски і довжини полюсів контактної площадки. Картина розподілу контактної зони і контактних тисків показані на рис. 2.

Во время проведенного исследования были получены значения максимальных контактных давлений, длин больших и меньших полюсов контактного пятна с помощью рассматриваемых методов. Также были получены эпюры распределения контактных давлений.

На рис. 3 представлена эпюра распределения контактного давления, полученная с помощью метода I. Характер распределения контактных давлений в сечениях – эллиптический. На рис. 4 представлена эпюра распределения контактного давления, полученная с помощью метода II. Характер распределения контактных давлений соответствует параболической функции.

На рис. 5 представлена эпюра распределения контактного давления, полученная с помощью метода III. Полученные значения для максимальных контактных давлений (P_{max}), большей и меньшей полюсов контакта (a и b соответственно) приведены в таблице.

Висновок. В статті описані результати дослідження розподілу контактних тисків для випадку контакту тіл з близькими радіусами кривизни вздовж одного з головних напрямків, отриманих з допомогою різних методів. Епюри, отримані з допомогою численного дослідження, мають характер розпо-

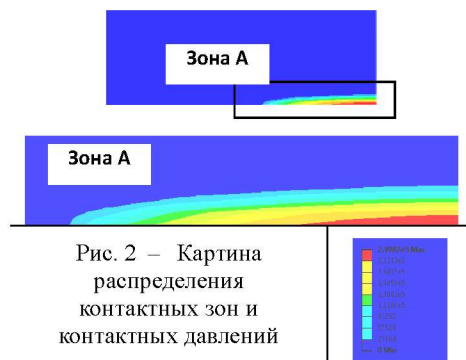


Рис. 2 – Картина распределения контактных зон и контактных давлений

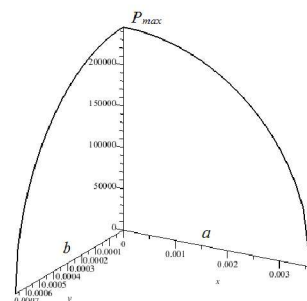


Рис. 3 – Эпюра распределения контактного давления, полученная с помощью метода I

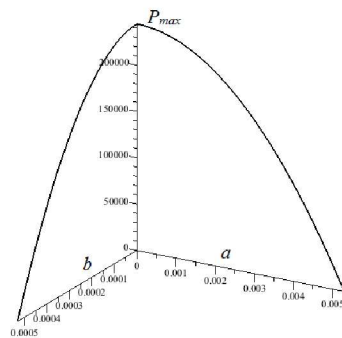


Рис. 4. Эпюра распределения контактного давления, полученная с помощью метода II

Таблица – Характеристики контактных зон и напряжений, полученные различными методами

Параметры	Метод I	Метод II	Метод III
P_{max} , МПа	24,6	24,5	24,9
a , мм	0.36	0.53	0.58
b , мм	0.078	0.053	0.057

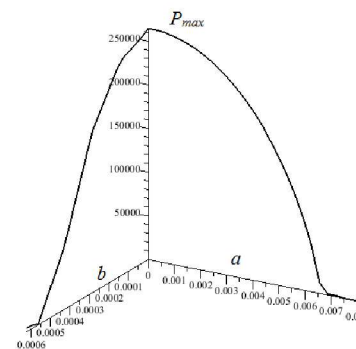


Рис. 5 – Эпюра распределения контактного давления, полученная с помощью метода III

деления контактного давления примерно такой же, как и эпюра, полученная с помощью метода Герца.

Предложенный в статье подход будет использован в дальнейшем для исследования контактного взаимодействия при варьировании различных параметров, таких как размеры и форма контактирующих тел, величина прижимающего усилия, радиус кривизны.

Список литературы: 1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 509 с. 2. Ткачук Н.Н. Анализ контактного взаимодействия сложнопровильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: дисс. кандидата техн. наук: 05.02.09 / Ткачук Николай Николаевич. – Харьков, 2010 – 203 с. 3. Belytschko T., Liu W.K. and Moran B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures – New York: J. Wiley & Sons. – 2000. – 600 pp. 4. Понев А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: НУК, 2008 – 580 с. 5. Негрובה Н.Б. Особенности распределения контактных зон и давлений при контакте тел конечных размеров по поверхностям близкой формы / Ткачук Н.Н., Негрובה Н.Б., Ткачук Н.А. // Вестник НТУ «ХПИ» Тем. вып.: Проблемы механического привода. – 2012. – №36. – С. 164-169. 6. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper. Math. – 1881. – Vol. 92. – S. 156-171.

Поступила в редколлегию 20.10.12

УДК 621.833

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, д.т.н., проф., гл. инж. проекта КО РС ПАО „НКМЗ”, Краматорск;
Г.С. СУКОВ, к.э.н., генеральный директор ПАО „НКМЗ”;
Н.Д. ВОРОБЬЕВ, к.т.н., проф., зав. каф. теор. мех-ки БГТУ, Белгород;
М.Г. СУКОВ, нач. производства ПАО „НКМЗ”;
И.Ю. НЕЧЕПОРЕНКО, начальник отдела КО РС ПАО „НКМЗ”;
Ю.П. ГАВРИШ, зам. начальника ОК ПАО „НКМЗ”;
В.Н. ЧЕЧЕНЕЦ, нач. бюро КО РС ПАО „НКМЗ”;
Д.И. ДОНСКОЙ, вед. инж., ПАО „НКМЗ”

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЧЕРВЯЧНОЙ ПАРЫ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ НА УНИВЕРСАЛЬНЫХ ОБРАБАТЫВАЮЩИХ ЦЕНТРАХ

На основі теорії синтезу просторових зачеплень розроблена математична модель черв'ячної пари загального виду по осовому перерізу витка черв'яка, профіль якого заданий довільною гладкою кривою лінією. Для поліпшення умов роботи і якісних параметрів черв'ячної передачі сполучені поверхні утворюють опукло-увігнутий контакт близької кривизни. Керуюча програма, розроблена

© В.Н. Стрельников, Г.С. Суков, Н.Д. Воробьев, М.Г. Суков, И.Ю. Нечепоренко, Ю.П. Гавриш, В.Н. Чеченец, Д.И. Донской